

# Neutralité du problème de coloration de graphe

Marie-Éléonore Marmion<sup>1</sup>, Aymeric Blot<sup>1,2</sup>,  
Laetitia Jourdan<sup>1</sup>, Clarisse Dhaenens<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Université Lille 1 - LIFL - INRIA Lille Nord-Europe, France  
marie-eleonore.marmion@inria.fr, blot.aymeric@gmail.com

{laetitia.jourdan, clarisse.dhaenens}@lifl.fr

<sup>2</sup> ENS Cachan/Bretagne, Université Rennes 1, France

**Mots-clés :** *Optimisation combinatoire, coloration de graphe, neutralité*

## 1 Motivation

Le problème de coloration de graphe (GCP) est un problème d'optimisation combinatoire très étudié dans la littérature. En effet, de nombreux problèmes réels, comme l'allocation de fréquences dans les télécommunications, sont modélisés et résolus via la coloration de graphe. Nous nous intéressons, ici, pour un nombre de couleurs donné  $k$ , à minimiser le nombre d'arêtes dont les extrémités sont identiquement coloriées. Ce nombre correspond au nombre de conflits dans la solution. De nombreuses observations font mention de la présence de solutions de même qualité, avec un nombre identique de conflits. Lorsque deux solutions voisines, en terme d'opérateur de voisinage, ont la même qualité, on parle de neutralité. Les recherches locales se déplaçant entre les solutions voisines, cette neutralité représente alors une frontière difficile à franchir. Plusieurs questions se posent alors quant à la quantité de ces solutions de même qualité et à la manière de tirer bénéfice de cette neutralité au cours de la résolution du problème. Dans cette étude, nous commencerons par quantifier et caractériser la neutralité de certaines instances difficiles de la littérature. Puis, nous montrerons que cette neutralité peut être exploitée par le processus de recherche.

## 2 Neutralité du GCP

Le paysage est une structure associée à un problème d'optimisation lors de la résolution par recherche locale. Il est défini par un triplet  $(\Omega, \mathcal{V}, f)$  tel que :  $\Omega$  est l'espace de recherche,  $\mathcal{V} : \Omega \rightarrow 2^\Omega$  est une relation de voisinage et  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  est une fonction objectif. La définition du paysage est liée à la dynamique des métaheuristiques étant donné que la fonction objectif permet de faire des choix entre les solutions rencontrées et que la relation de voisinage est un élément important d'une recherche locale. Ainsi, l'étude du paysage permet de caractériser le problème pour comprendre et prévoir les performances d'une métaheuristique.

Le paysage d'un problème d'optimisation combinatoire peut présenter différentes caractéristiques parmi lesquelles la neutralité. Un paysage est dit neutre quand un grand nombre de solutions de l'espace de recherche présente des voisins de même qualité pour la relation de voisinage considérée. Un voisin neutre d'une solution est une solution voisine ayant la même valeur de fitness. Les voisins neutres forment un réseau de neutralité appelé *plateau*. Pour caractériser la neutralité d'un problème, des informations peuvent être alors calculées le long de marches neutres aléatoires sur les plateaux.

Le ratio du degré de neutralité correspond à la proportion moyenne de voisins neutres d'une solution. La figure 1 présente les diagrammes en boîtes des ratios des degrés de neutralité de 30 solutions aléatoires (gauche) et de 30 optima locaux (droite) pour 13 instances difficiles du GCP (<http://dimacs.rutgers.edu/Challenges/>). Clairement, ces instances peuvent être

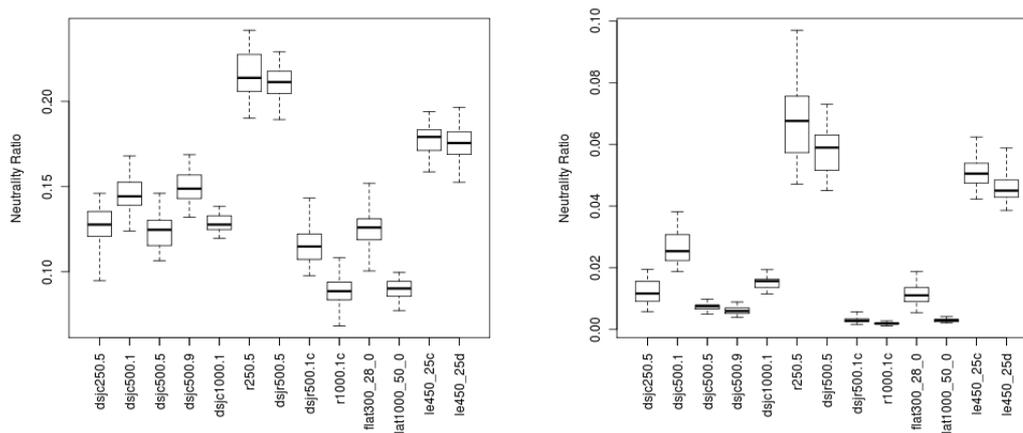


FIG. 1 – Ratio des degré de neutralité.

considérées comme ayant la propriété de neutralité. En effet, en moyenne, au moins 8% des voisins d’une solution ont la même valeur de fitness. Pour les instances `r250.5` et `dsjrc500.5`, le ratio de neutralité est plus grand que 20%. Pour les optima locaux, les résultats sont plus discutables selon les instances. Certaines d’entre elles présentent un ratio moyen d’au moins 5% ce qui entraîne la présence de larges plateaux au niveau des optima locaux. Pour ces 4 instances, l’analyse des plateaux des optima locaux montre que des solutions du plateau possèdent au moins un voisin améliorant. Ces solutions sont facilement atteignables par des mouvements neutres sur le plateau. Il semble donc intéressant de tirer profit de la neutralité dans le processus de recherche en se déplaçant sur le plateau d’un optimum local.

### 3 Recherche locale et neutralité pour résoudre le GCP

Dans la littérature, de nombreuses recherches locales utilisant des heuristiques spécifiques au GCP ont été proposées pour le résoudre [1, 3]. Or, ces heuristiques demandent une connaissance approfondie du problème pour être efficaces. Pour un premier travail, nous proposons de résoudre le GCP en utilisant une recherche locale basée sur la neutralité. NILS est un algorithme proposé pour résoudre les problèmes possédant la propriété de neutralité et s’est révélé efficace pour résoudre le problème de flowshop [2]. Les performances de NILS sur le GCP montrent qu’il est intéressant d’exploiter la neutralité dans un schéma classique de recherche locale itérée. Ces résultats nous incitent donc à poursuivre nos recherches pour étudier comment utiliser efficacement la neutralité dans les heuristiques connues pour le GCP, comme par exemple, pour concevoir des opérateurs tenant compte de la neutralité.

## Références

- [1] Philippe Galinier and Alain Hertz. A survey of local search methods for graph coloring. *Computers and Operations Research*, 33(9) :2547–2562, 2006.
- [2] M.-É. Marmion, C. Dhaenens, L. Jourdan, A. Liefooghe, and S. Verel. NILS : a neutrality-based iterated local search and its application to flowshop scheduling. In *Proceedings of EvoCOP*, pages 191– 202. LNCS, Springer, 2011.
- [3] Daniel Cosmin Porumbel, Jin-Kao Hao, and Pascale Kuntz. An evolutionary approach with diversity guarantee and well-informed grouping recombination for graph coloring. *Computers and Operations Research*, 37(10) :1822–1832, 2010.